

COURS D'ASTRONOMIE DE POSITION

Mouvement apparent du Soleil, jours et nuits, saisons et crépuscules

avec applications à Paris, Bruxelles, New York City,
Kigali et Bujumbura

Un cours théorique enrichi, avec équations détaillées,
exemples comparatifs, exercices corrigés et QCM

Présenté par
M. Negamiye Jean Pierre

Point important

Ce document constitue un polycopié complet sur le **mouvement apparent du Soleil**. Il reprend les grands thèmes classiques de la cosmographie :

latitude + déclinaison + hauteur + azimut + durée du jour + crépuscules + saisons.

Une attention particulière est portée aux cas de **Kigali** et de **Bujumbura**, qui illustrent de manière remarquable le comportement du Soleil aux basses latitudes.

Table des matières

Plan du cours	3
1 Introduction générale	3
2 Repères fondamentaux : latitude, déclinaison, angle horaire, hauteur, azimuth	4
2.1 Latitude géographique	4
2.2 Déclinaison du Soleil	4
2.3 Angle horaire	4
2.4 Hauteur et azimuth	5
3 Formule fondamentale de l'astronomie de position	5
3.1 Interprétation physique	5
4 Hauteur du Soleil à midi	6
4.1 Formule générale	6
4.2 Explication détaillée	6
4.3 Exemples numériques	7
5 Durée du jour et de la nuit	8
5.1 Condition de lever et de coucher	8
5.2 Durée du jour	8
5.3 Remarque sur le lever réel	8
6 Azimut du lever et du coucher	9
6.1 Formule générale	9
6.2 Interprétation	9
7 Crépuscules	10
7.1 Définitions	10
7.2 Durée d'un crépuscule	10
7.3 Interprétation selon la latitude	10
8 Saisons et inégalité des jours et des nuits	11

8.1	Origine des saisons	11
8.2	Conséquences principales	11
8.3	Inégalité des jours et des nuits selon la latitude	11
9	Étude comparative des villes choisies	12
9.1	Coordonnées pédagogiques adoptées	12
10	Tableau comparatif : hauteur du Soleil à midi	12
11	Tableau comparatif : durée idéale du jour	13
12	Tableau comparatif : azimut idéal du lever du Soleil	13
13	Focus spécial : Kigali et Bujumbura	14
13.1	Pourquoi ces deux villes sont-elles particulièrement intéressantes ?	14
13.2	Comparaison fine entre Kigali et Bujumbura	14
13.3	Passage au zénith	15
14	Schéma pédagogique : trajectoires saisonnières du Soleil	15
15	Exercices corrigés	16
16	QCM de vérification	19
17	Corrigé du QCM	21
18	Questions de synthèse pour la classe	22
19	Conclusion générale	22

Plan du cours

Objectifs du cours

À la fin de ce cours, l'étudiant devra être capable de :

1. définir les grandeurs fondamentales de l'astronomie de position : latitude, déclinaison, angle horaire, hauteur, azimut ;
2. établir et utiliser la formule fondamentale :

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H;$$

3. calculer la hauteur du Soleil à midi ;
4. déterminer la durée du jour et de la nuit ;
5. calculer l'azimut du lever et du coucher du Soleil ;
6. distinguer les trois crépuscules : civil, nautique et astronomique ;
7. expliquer l'inégalité des jours et des nuits selon la latitude ;
8. comparer rigoureusement Paris, Bruxelles, New York City, Kigali et Bujumbura ;
9. résoudre des exercices et répondre à des QCM subtils, notamment sur Kigali et Bujumbura.

1 Introduction générale

L'étude du Soleil apparent est un chapitre fondamental de la cosmographie et de l'astronomie de position. Lorsqu'on observe le Soleil depuis la Terre, on constate immédiatement plusieurs phénomènes :

- le Soleil ne se lève pas toujours au même point de l'horizon ;
- sa hauteur à midi varie au cours de l'année ;
- la durée du jour n'est pas constante ;
- les crépuscules sont plus ou moins longs selon les saisons et la latitude ;
- les saisons elles-mêmes n'ont ni la même intensité, ni la même durée partout sur Terre.

Ces phénomènes sont d'une importance considérable :

- en géographie ;
- en navigation ;
- en astronomie ;
- dans l'organisation sociale des calendriers ;
- dans l'étude climatique ;
- et dans l'enseignement scientifique du monde physique.

Point important

Le contraste entre **Paris, Bruxelles ou New York City** d'une part, et **Kigali ou Bujumbura** d'autre part, est extrêmement pédagogique. Aux latitudes moyennes, la durée du jour varie beaucoup entre l'été et l'hiver. En revanche, au Rwanda et au Burundi, proches de l'équateur, cette variation est faible, ce qui donne un régime solaire très particulier.

2 Repères fondamentaux : latitude, déclinaison, angle horaire, hauteur, azimut

2.1 Latitude géographique

La latitude d'un lieu est l'angle φ formé par la verticale locale avec le plan de l'équateur terrestre. On adopte la convention suivante :

- $\varphi > 0$ dans l'hémisphère Nord ;
- $\varphi < 0$ dans l'hémisphère Sud.

Quelques latitudes utiles pour ce cours :

$$\begin{aligned}\varphi_{\text{Paris}} &\approx 48.86^\circ, & \varphi_{\text{Bruxelles}} &\approx 50.85^\circ, & \varphi_{\text{New York}} &\approx 40.71^\circ, \\ \varphi_{\text{Kigali}} &\approx -1.94^\circ, & \varphi_{\text{Bujumbura}} &\approx -3.38^\circ.\end{aligned}$$

2.2 Déclinaison du Soleil

La déclinaison δ du Soleil est sa latitude céleste, c'est-à-dire son angle par rapport au plan de l'équateur céleste.

Au cours de l'année :

$$-23.44^\circ \leq \delta \leq 23.44^\circ.$$

Les dates caractéristiques sont :

- équinoxes : $\delta = 0^\circ$;
- solstice de juin : $\delta \approx 23.44^\circ$;
- solstice de décembre : $\delta \approx -23.44^\circ$.

2.3 Angle horaire

L'angle horaire H mesure l'écart angulaire entre le méridien local et le cercle horaire de l'astre.

$H = 0$ au passage au méridien (midi solaire vrai).

On a :

- $H < 0$ avant le midi vrai ;
- $H > 0$ après le midi vrai.

2.4 Hauteur et azimut

La hauteur h est l'angle de l'astre au-dessus de l'horizon. L'azimut A est l'angle mesuré sur l'horizon, généralement à partir du Nord géographique, dans le sens des aiguilles d'une montre.

Ainsi :

$A = 90^\circ$ correspond à l'Est,

$A = 180^\circ$ correspond au Sud,

$A = 270^\circ$ correspond à l'Ouest.

3 Formule fondamentale de l'astronomie de position

La relation centrale entre la position d'un astre et les coordonnées de l'observateur est :

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H$$

3.1 Interprétation physique

Cette formule relie :

- la **latitude** φ du lieu d'observation ;
- la **déclinaison** δ du Soleil ;
- l'**angle horaire** H ;
- la **hauteur** h au-dessus de l'horizon.

Point important

Toute l'étude du mouvement apparent du Soleil découle pratiquement de cette formule. En choisissant des cas particuliers pour H ou pour h , on obtient :

- la hauteur à midi ;
- la durée du jour ;
- la durée de la nuit ;

- l'azimut du lever et du coucher ;
- la durée des crépuscules.

4 Hauteur du Soleil à midi

4.1 Formule générale

À midi solaire vrai, on a :

$$H = 0.$$

Donc $\cos H = 1$, et la formule fondamentale devient :

$$\sin h_{\max} = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta.$$

Or

$$\cos(\varphi - \delta) = \cos \varphi \cos \delta + \sin \varphi \sin \delta.$$

Donc

$$\sin h_{\max} = \cos(\varphi - \delta).$$

Il vient alors :

$$h_{\max} = 90^\circ - |\varphi - \delta|$$

4.2 Explication détaillée

Cette formule est essentielle. Elle montre que :

- plus la déclinaison δ est proche de la latitude φ , plus le Soleil culmine haut ;
- si $\delta = \varphi$, alors

$$h_{\max} = 90^\circ,$$

c'est-à-dire que le Soleil passe au zénith ;

- si $|\varphi - \delta|$ est grand, la culmination est plus basse.

4.3 Exemples numériques

Exemple 1 — Paris au solstice de juin

Pour Paris :

$$\varphi \approx 48.86^\circ, \quad \delta \approx 23.44^\circ.$$

Alors

$$h_{\max} = 90^\circ - |48.86^\circ - 23.44^\circ|.$$

Donc

$$h_{\max} = 90^\circ - 25.42^\circ = 64.58^\circ.$$

$$h_{\max} \approx 64.6^\circ$$

Exemple 2 — Kigali à l'équinoxe

Pour Kigali :

$$\varphi \approx -1.94^\circ, \quad \delta = 0^\circ.$$

Donc

$$h_{\max} = 90^\circ - |-1.94^\circ - 0^\circ| = 90^\circ - 1.94^\circ = 88.06^\circ.$$

$$h_{\max} \approx 88.1^\circ$$

Le Soleil est donc presque au zénith.

Exemple 3 — Bujumbura au solstice de décembre

Pour Bujumbura :

$$\varphi \approx -3.38^\circ, \quad \delta \approx -23.44^\circ.$$

Alors

$$\begin{aligned} h_{\max} &= 90^\circ - |-3.38^\circ - (-23.44^\circ)| \\ &= 90^\circ - |20.06^\circ| = 69.94^\circ. \end{aligned}$$

$$h_{\max} \approx 69.9^\circ$$

Point important

Kigali et Bujumbura, parce qu'elles sont situées entre les tropiques, peuvent connaître des passages du Soleil au zénith à certaines dates de l'année. C'est une différence majeure avec Paris, Bruxelles et New York City, où le Soleil ne passe jamais au zénith.

5 Durée du jour et de la nuit

5.1 Condition de lever et de coucher

Le lever et le coucher du Soleil correspondent, dans le modèle idéal, à :

$$h = 0.$$

La formule fondamentale donne alors :

$$0 = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H_0,$$

où H_0 est l'angle horaire du lever ou du coucher.

On isole $\cos H_0$:

$$\cos H_0 = -\tan \varphi \tan \delta$$

5.2 Durée du jour

Le Soleil reste au-dessus de l'horizon pendant une durée angulaire totale de $2H_0$. Comme la Terre tourne de 15° par heure, on obtient :

$$D = \frac{2H_0}{15} \quad (\text{en heures, si } H_0 \text{ est en degrés})$$

La durée de la nuit vaut alors :

$$N = 24 - D$$

5.3 Remarque sur le lever réel

Le lever réel observé est légèrement différent du lever géométrique, à cause :

- de la réfraction atmosphérique ;
- du fait qu'on observe le bord supérieur du Soleil ;
- du diamètre apparent du disque solaire.

On peut alors remplacer $h = 0$ par une valeur plus réaliste :

$$h_0 \approx -0.833^\circ.$$

Dans ce cas, la formule devient :

$$\cos H_0 = \frac{\sin h_0 - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}$$

Attention

Dans les tableaux numériques de ce cours, on adopte le plus souvent le modèle idéal

$$h_0 = 0^\circ,$$

afin de mettre en évidence la structure géométrique du problème.

6 Azimut du lever et du coucher

6.1 Formule générale

L'azimut du lever peut être obtenu à partir des relations du triangle astronomique. Une formule utile est :

$$\cos A_0 = \frac{\sin \delta - \sin \varphi \sin h_0}{\cos \varphi \cos h_0}$$

Dans le modèle idéal où $h_0 = 0^\circ$, on a :

$$\sin h_0 = 0, \quad \cos h_0 = 1,$$

donc :

$$\cos A_0 = \frac{\sin \delta}{\cos \varphi}$$

Ici A_0 désigne l'azimut du lever, compté depuis le Nord. Le coucher est alors symétrique :

$$A_{\text{coucher}} = 360^\circ - A_0$$

6.2 Interprétation

Cette formule permet de comprendre que le Soleil :

- se lève exactement à l'Est aux équinoxes ;
- se lève au Nord-Est en été dans l'hémisphère Nord ;
- se lève au Sud-Est en hiver dans l'hémisphère Nord ;
- change de comportement de façon inverse dans l'hémisphère Sud.

Point important

Pour Kigali et Bujumbura, la variation de l'azimut du lever est réelle, mais moins spectaculaire qu'à Paris ou Bruxelles. En revanche, parce que ces villes sont proches de l'équateur, le Soleil coupe souvent l'horizon avec une trajectoire plus raide, ce qui rend

les crépuscules plus courts.

7 Crépuscules

7.1 Définitions

Le crépuscule correspond à la période pendant laquelle le Soleil est sous l'horizon, mais où l'atmosphère diffuse encore suffisamment de lumière.

On distingue :

crépuscule civil : $h_{\odot} = -6^{\circ}$,

crépuscule nautique : $h_{\odot} = -12^{\circ}$,

crépuscule astronomique : $h_{\odot} = -18^{\circ}$.

7.2 Durée d'un crépuscule

Pour déterminer la durée nécessaire au Soleil pour passer d'une hauteur h_1 à une hauteur h_2 , on calcule les angles horaires correspondants à partir de :

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H.$$

On en déduit :

$$\cos H = \frac{\sin h - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta}$$

Puis, si l'on obtient deux angles horaires H_1 et H_2 , la durée correspondante vaut :

$$\Delta t = \frac{|H_2 - H_1|}{15} \quad (\text{en heures})$$

7.3 Interprétation selon la latitude

Aux basses latitudes, comme à Kigali ou à Bujumbura, le Soleil plonge plus rapidement sous l'horizon : les crépuscules sont donc en général plus courts.

Aux latitudes moyennes ou élevées, comme à Paris ou à Bruxelles, le Soleil coupe l'horizon de manière plus oblique : les crépuscules peuvent devenir beaucoup plus longs, surtout autour du solstice d'été.

Point important

C'est l'une des plus belles différences entre l'Afrique équatoriale et l'Europe tempérée : à Kigali et à Bujumbura, la nuit tombe plus vite ; à Paris et à Bruxelles, la lumière résiduelle du soir peut se prolonger beaucoup plus longtemps.

8 Saisons et inégalité des jours et des nuits

8.1 Origine des saisons

Les saisons ne sont pas dues à la variation de distance Terre–Soleil, mais principalement à l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre sur le plan de son orbite.

L'obliquité de l'écliptique vaut approximativement :

$$\varepsilon \approx 23.44^\circ.$$

Cette inclinaison entraîne une variation annuelle de la déclinaison solaire :

$$-\varepsilon \leq \delta \leq \varepsilon.$$

8.2 Conséquences principales

Lorsque $\delta > 0$, le Soleil est plus au Nord de l'équateur céleste :

- les jours s'allongent dans l'hémisphère Nord ;
- les jours se raccourcissent dans l'hémisphère Sud.

Lorsque $\delta < 0$, c'est l'inverse.

8.3 Inégalité des jours et des nuits selon la latitude

La formule

$$\cos H_0 = -\tan \varphi \tan \delta$$

montre que la durée du jour dépend fortement de la latitude.

- À l'équateur, la durée du jour reste très proche de 12 h toute l'année.
- Aux latitudes tropicales, la variation reste modérée.
- Aux latitudes tempérées, elle devient très marquée.
- Aux hautes latitudes, on peut atteindre le jour polaire ou la nuit polaire.

Point important

Kigali et Bujumbura illustrent très bien le régime solaire des basses latitudes : la durée du jour y varie peu, mais la hauteur du Soleil à midi y est souvent très grande. Paris, Bruxelles et New York City, au contraire, illustrent la forte inégalité saisonnière des jours et des nuits.

9 Étude comparative des villes choisies

9.1 Coordonnées pédagogiques adoptées

Ville	Latitude	Hémisphère	Commentaire pédagogique
Paris	48.86° N	Nord	Latitude tempérée élevée
Bruxelles	50.85° N	Nord	Encore un peu plus au nord que Paris
New York City	40.71° N	Nord	Latitude moyenne, plus basse que Paris
Kigali	1.94° S	Sud	Très proche de l'équateur
Bujumbura	3.38° S	Sud	Proche de l'équateur, un peu plus australe que Kigali

10 Tableau comparatif : hauteur du Soleil à midi

On compare trois situations :

- équinoxe : $\delta = 0^\circ$;
- solstice de juin : $\delta = 23.44^\circ$;
- solstice de décembre : $\delta = -23.44^\circ$.

Ville	Équinoxe	Solstice de juin	Solstice de décembre
Paris	41.1°	64.6°	17.7°
Bruxelles	39.1°	62.6°	15.7°
New York City	49.3°	72.7°	25.8°
Kigali	88.1°	64.6°	68.5°
Bujumbura	86.6°	63.2°	69.9°

Point important

Ce tableau est très instructif :

- à Kigali et à Bujumbura, le Soleil est très haut toute l'année ;
- à l'équinoxe, il est presque au zénith ;
- à Paris et à Bruxelles, il reste beaucoup plus bas en hiver ;
- New York City occupe une position intermédiaire.

11 Tableau comparatif : durée idéale du jour

Dans ce tableau, on utilise le modèle idéal :

$$h_0 = 0^\circ.$$

Ville	Équinoxe	Solstice de juin	Solstice de décembre
Paris	12 h	$\approx 15\ 57\text{ h}$	$\approx 8\ 03\text{ h}$
Bruxelles	12 h	$\approx 16\ 17\text{ h}$	$\approx 7\ 43\text{ h}$
New York City	12 h	$\approx 14\ 55\text{ h}$	$\approx 9\ 05\text{ h}$
Kigali	12 h	$\approx 11\ 53\text{ h}$	$\approx 12\ 07\text{ h}$
Bujumbura	12 h	$\approx 11\ 48\text{ h}$	$\approx 12\ 12\text{ h}$

Point important

C'est ici que l'originalité de Kigali et de Bujumbura apparaît avec le plus de force : la durée du jour y reste voisine de 12 h toute l'année. À Bruxelles, au contraire, l'écart entre l'hiver et l'été est spectaculaire.

12 Tableau comparatif : azimuth idéal du lever du Soleil

On utilise ici :

$$\cos A_0 = \frac{\sin \delta}{\cos \varphi}, \quad h_0 = 0^\circ.$$

Ville	Équinoxe	Solstice de juin	Solstice de décembre
Paris	90°	$\approx 52.8^\circ$	$\approx 127.2^\circ$
Bruxelles	90°	$\approx 50.3^\circ$	$\approx 129.7^\circ$
New York City	90°	$\approx 58.8^\circ$	$\approx 121.2^\circ$
Kigali	90°	$\approx 62.9^\circ$	$\approx 117.1^\circ$
Bujumbura	90°	$\approx 63.0^\circ$	$\approx 117.0^\circ$

Remarque 12.1. *Un azimut de lever égal à 90° signifie un lever à l'Est géographique. Un azimut inférieur à 90° correspond à un lever au Nord-Est. Un azimut supérieur à 90° correspond à un lever au Sud-Est.*

13 Focus spécial : Kigali et Bujumbura

13.1 Pourquoi ces deux villes sont-elles particulièrement intéressantes ?

Kigali et Bujumbura offrent un laboratoire naturel remarquable pour enseigner le mouvement apparent du Soleil.

Leur intérêt scientifique et pédagogique tient à plusieurs raisons :

1. Elles sont proches de l'équateur, ce qui simplifie certains raisonnements et met en évidence des propriétés fondamentales.
2. Le Soleil peut y passer presque au zénith, voire exactement au zénith à certaines dates.
3. La durée du jour y varie peu, ce qui contraste fortement avec les villes européennes.
4. Les crépuscules y sont généralement plus courts que dans les villes de latitude moyenne.
5. Les différences entre Kigali et Bujumbura, bien que modestes, permettent des questions fines et subtiles.

13.2 Comparaison fine entre Kigali et Bujumbura

Kigali :

$$\varphi \approx -1.94^\circ$$

Bujumbura :

$$\varphi \approx -3.38^\circ$$

Comme Bujumbura est un peu plus australe que Kigali :

— au solstice de décembre, le Soleil y culmine un peu plus haut qu'à Kigali ;

- au solstice de juin, le jour y est un peu plus court qu'à Kigali ;
- les deux villes restent cependant dans un régime proche de l'équatorial.

Point important

Le contraste Kigali–Bujumbura est subtil, mais précisément pour cette raison il est très formateur : il force l'étudiant à raisonner avec les signes des latitudes, la déclinaison, et les différences entre hémisphère Nord et hémisphère Sud.

13.3 Passage au zénith

Le Soleil passe au zénith lorsque

$$\delta = \varphi.$$

Ainsi :

- à Kigali, cela se produit lorsque $\delta \approx -1.94^\circ$;
- à Bujumbura, lorsque $\delta \approx -3.38^\circ$.

Comme la déclinaison solaire prend chaque valeur entre -23.44° et 23.44° deux fois par an, Kigali et Bujumbura connaissent en principe **deux passages zénithaux par an**.

14 Schéma pédagogique : trajectoires saisonnières du Soleil

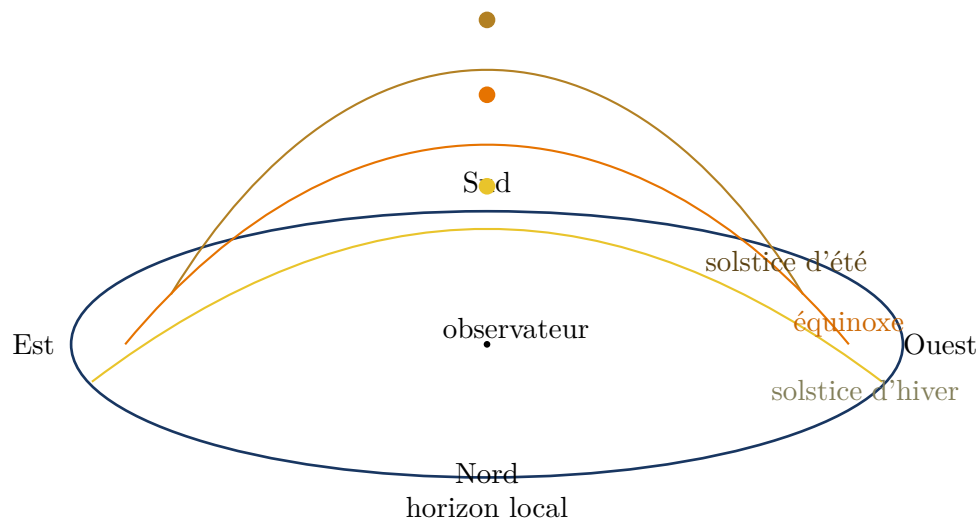


Figure — Représentation qualitative des trajectoires diurnes

Remarque 14.1. *Ce schéma est qualitatif. Il aide à visualiser que :*

- la trajectoire haute correspond au jour long ;
- la trajectoire basse correspond au jour court ;

— à basse latitude, l'ensemble des trajectoires reste globalement très haut dans le ciel.

15 Exercices corrigés

Exercice 1 — Hauteur à midi à Bruxelles au solstice de juin

Énoncé. Calculer la hauteur du Soleil à midi à Bruxelles au solstice de juin.

Données.

$$\varphi = 50.85^\circ, \quad \delta = 23.44^\circ.$$

Solution.

$$\begin{aligned} h_{\max} &= 90^\circ - |\varphi - \delta| = 90^\circ - |50.85^\circ - 23.44^\circ| \\ &= 90^\circ - 27.41^\circ = 62.59^\circ. \end{aligned}$$

$h_{\max} \approx 62.6^\circ$

Exercice 2 — Durée idéale du jour à Bujumbura au solstice de juin

Énoncé. Calculer la durée idéale du jour à Bujumbura au solstice de juin.

Données.

$$\varphi = -3.38^\circ, \quad \delta = 23.44^\circ.$$

Étape 1 : angle horaire du lever/coucher

$$\cos H_0 = -\tan \varphi \tan \delta.$$

Comme

$$\tan(-3.38^\circ) < 0, \quad \tan(23.44^\circ) > 0,$$

on obtient un $\cos H_0$ positif petit, donc un H_0 légèrement inférieur à 90° .

Numériquement :

$$H_0 \approx 88.5^\circ.$$

Étape 2 : durée du jour

$$D = \frac{2H_0}{15} = \frac{2 \times 88.5^\circ}{15} \approx 11.8 \text{ h.}$$

Cela donne environ :

$D \approx 11 \text{ h } 48 \text{ min}$

Exercice 3 — Azimut du lever du Soleil à Kigali au solstice de décembre

Énoncé. Déterminer l'azimut idéal du lever à Kigali au solstice de décembre.

Données.

$$\varphi = -1.94^\circ, \quad \delta = -23.44^\circ, \quad h_0 = 0^\circ.$$

Formule.

$$\cos A_0 = \frac{\sin \delta}{\cos \varphi}.$$

Substitution :

$$\cos A_0 = \frac{\sin(-23.44^\circ)}{\cos(-1.94^\circ)}.$$

Le résultat numérique donne :

$$A_0 \approx 117.1^\circ.$$

$$A_0 \approx 117.1^\circ$$

Comme $A_0 > 90^\circ$, le Soleil se lève au **Sud-Est**.

Exercice 4 — Comparaison Paris / Kigali

Énoncé. Expliquer pourquoi la durée du jour varie beaucoup plus à Paris qu'à Kigali.

Solution. La formule

$$\cos H_0 = -\tan \varphi \tan \delta$$

montre que l'effet saisonnier dépend de $\tan \varphi$.

À Paris :

$$|\varphi| \approx 48.86^\circ,$$

donc $|\tan \varphi|$ est important.

À Kigali :

$$|\varphi| \approx 1.94^\circ,$$

donc $|\tan \varphi|$ est très petit.

Par conséquent, lorsque δ varie au cours de l'année, l'effet sur H_0 , donc sur la durée du jour, reste faible à Kigali mais fort à Paris.

La faible latitude de Kigali explique la faible variation de la durée du jour.

Exercice 5 — Soleil au zénith

Énoncé. Le Soleil peut-il passer au zénith à New York City ? à Kigali ? à Bujumbura ?

Solution. Le passage au zénith exige :

$$\delta = \varphi.$$

Or la déclinaison solaire vérifie :

$$-23.44^\circ \leq \delta \leq 23.44^\circ.$$

Pour New York City :

$$\varphi \approx 40.71^\circ,$$

ce qui est hors de l'intervalle possible pour δ . Donc le Soleil n'y passe jamais au zénith.

Pour Kigali :

$$\varphi \approx -1.94^\circ,$$

ce qui appartient à l'intervalle possible. Donc le Soleil peut y passer au zénith.

Pour Bujumbura :

$$\varphi \approx -3.38^\circ,$$

ce qui appartient aussi à l'intervalle possible. Donc le Soleil peut également y passer au zénith.

Zénith possible à Kigali et Bujumbura, impossible à New York City.

Exercice 6 — Crépuscules

Énoncé. Pourquoi les crépuscules sont-ils généralement plus courts à Kigali et à Bujumbura qu'à Paris et à Bruxelles ?

Solution. Aux basses latitudes, la trajectoire apparente du Soleil coupe l'horizon plus raide. Le Soleil descend donc plus rapidement d'une hauteur $h = 0^\circ$ à

$$h = -6^\circ, \quad -12^\circ, \quad -18^\circ.$$

La lumière résiduelle décroît plus vite, et le crépuscule dure moins longtemps.

Aux latitudes moyennes, la trajectoire coupe l'horizon de manière plus oblique : la descente apparente est plus lente, d'où des crépuscules plus longs.

Crépuscules plus courts près de l'équateur, plus longs aux latitudes moyennes.

16 QCM de vérification

QCM — Choisir la bonne réponse

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.

- Q1.** Aux équinoxes, dans le modèle idéal $h_0 = 0^\circ$, la durée du jour vaut :
- a) 10 h partout
 - b) 12 h partout sauf aux pôles
 - c) 14 h à l'équateur
 - d) cela dépend uniquement de la longitude
- Q2.** À Bujumbura, au solstice de juin :
- a) le jour est beaucoup plus long qu'à Paris
 - b) le jour est légèrement plus court que 12 h
 - c) le Soleil passe au zénith
 - d) le Soleil se lève exactement à l'Est
- Q3.** Parmi les villes suivantes, celle où la variation annuelle de la durée du jour est la plus faible est :
- a) Bruxelles
 - b) Paris
 - c) Kigali
 - d) New York City
- Q4.** Au solstice de décembre, le Soleil à midi est le plus haut :
- a) à Bruxelles
 - b) à Paris
 - c) à Bujumbura
 - d) à New York City
- Q5.** Si, à Bujumbura, la déclinaison vaut $\delta = -3.38^\circ$, alors :
- a) le Soleil se lève à l'Ouest
 - b) le Soleil passe au zénith
 - c) la nuit dure 0 h
 - d) le Soleil ne se couche pas
- Q6.** Au solstice de juin, à Bruxelles, le Soleil se lève :
- a) au Sud-Est
 - b) exactement à l'Est
 - c) au Nord-Est
 - d) exactement au Nord

Q7. À Kigali, à l'équinoxe, l'azimut idéal du lever vaut :

- a) 0°
- b) 90°
- c) 180°
- d) 270°

Q8. Le crépuscule astronomique commence lorsque le Soleil est à :

- a) -6°
- b) -12°
- c) -18°
- d) 0°

Q9. Entre Kigali et Bujumbura, au solstice de décembre, la ville où le Soleil culmine le plus haut est :

- a) Kigali
- b) Bujumbura
- c) les deux à la même hauteur
- d) cela dépend seulement de la longitude

Q10. Le jour le plus long à Paris correspond au voisinage :

- a) de $\delta = -23.44^\circ$
- b) de $\delta = 0^\circ$
- c) de $\delta = 23.44^\circ$
- d) de $\delta = 90^\circ$

Q11. La phrase correcte est :

- a) Kigali est plus au sud que Bujumbura
- b) Bujumbura est plus au sud que Kigali
- c) Kigali est dans l'hémisphère Nord
- d) Bujumbura est sur l'équateur

Q12. Une question subtile : au solstice de juin, entre Kigali et Bujumbura, la durée du jour est la plus courte :

- a) à Kigali
- b) à Bujumbura
- c) identique dans les deux villes
- d) impossible à savoir

17 Corrigé du QCM

Réponses commentées

Q1. b) Aux équinoxes, dans le modèle idéal, on a :

$$\delta = 0^\circ \Rightarrow \cos H_0 = 0 \Rightarrow H_0 = 90^\circ$$

donc

$$D = \frac{2 \times 90^\circ}{15} = 12 \text{ h.}$$

Q2. b) En juin, dans l'hémisphère Sud, les jours sont un peu plus courts qu'en décembre. À Bujumbura, on reste cependant très près de 12 h.

Q3. c) Kigali, très proche de l'équateur, a la plus faible variation annuelle de durée du jour.

Q4. c) Au solstice de décembre, le Soleil est favorable à l'hémisphère Sud. Parmi les villes proposées, Bujumbura est la plus avantageuse.

Q5. b) Si

$$\delta = \varphi,$$

alors

$$h_{\max} = 90^\circ,$$

donc le Soleil passe au zénith.

Q6. c) En été boréal, à Bruxelles, le lever a lieu au Nord-Est.

Q7. b) À l'équinoxe, le Soleil se lève exactement à l'Est dans le modèle idéal.

Q8. c) Le crépuscule astronomique est lié à :

$$h_{\odot} = -18^\circ.$$

Q9. b) Bujumbura, un peu plus australe que Kigali, est plus proche de la déclinaison solaire de décembre, donc le Soleil y culmine plus haut.

Q10. c) Le jour le plus long à Paris se produit quand δ est maximale et positive :

$$\delta \approx 23.44^\circ.$$

Q11. b) Kigali est à environ -1.94° ; Bujumbura à environ -3.38° . Donc Bujumbura est plus au sud.

Q12. b) Au solstice de juin, plus on est au sud parmi ces deux villes, plus le jour est légèrement plus court. Bujumbura est plus australe que Kigali.

18 Questions de synthèse pour la classe

Pour aller plus loin

1. Pourquoi la formule

$$h_{\max} = 90^\circ - |\varphi - \delta|$$

est-elle l'une des formules les plus parlantes de la cosmographie ?

2. Pourquoi Kigali et Bujumbura connaissent-elles deux passages zénithaux annuels du Soleil, alors que Paris, Bruxelles et New York City n'en connaissent aucun ?
3. Pourquoi les crépuscules sont-ils en général plus courts dans les régions proches de l'équateur ?
4. Pourquoi la faible variation de la durée du jour au Rwanda et au Burundi constitue-t-elle un fait géographique majeur ?
5. Comment exploiter ces formules pour construire un TP comparatif entre Europe, Amérique du Nord et Afrique orientale ?

19 Conclusion générale

L'étude du mouvement apparent du Soleil permet de relier de manière élégante :

géométrie de la sphère + rotation terrestre + saisons + *duciel*.

Les résultats fondamentaux du cours sont :

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H,$$

$$h_{\max} = 90^\circ - |\varphi - \delta|,$$

$$\cos H_0 = -\tan \varphi \tan \delta,$$

$$D = \frac{2H_0}{15},$$

$$\cos A_0 = \frac{\sin \delta}{\cos \varphi} \quad (\text{dans le modèle idéal}).$$

Mais au-delà des formules, ce cours met en lumière une idée forte : la latitude transforme profondément notre expérience quotidienne du ciel.

- À Paris et à Bruxelles, les saisons solaires sont très marquées.
- À New York City, elles restent fortes mais un peu moins extrêmes qu'en Europe du Nord-Ouest.

- À Kigali et à Bujumbura, la hauteur du Soleil est souvent très grande, la durée du jour varie peu et les crépuscules sont généralement plus courts.

Point important

Le Rwanda et le Burundi offrent ainsi un point de vue exceptionnel pour enseigner la cosmographie : on y observe un Soleil presque zénithal à certaines périodes, une faible variation annuelle de la durée du jour, et un régime lumineux très différent de celui des villes tempérées. C'est précisément ce contraste qui fait toute la richesse scientifique de la comparaison.